2.3.2.5 / Efforts et déplacements transversaux du ressort

Sous l'action simultanée de forces le long de l'axe du ressort et perpendiculaires à celui-ci, un ressort, à extrémités guidées et parallèles, se déforme comme représenté à la figure n°13.

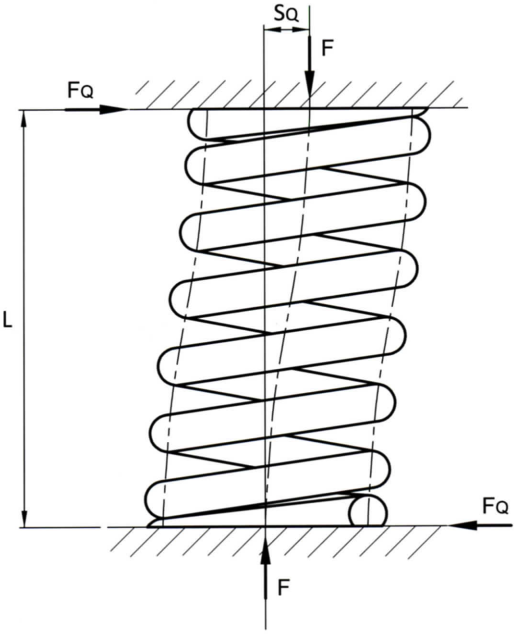


Figure 13 -Ressort sous l'action simultanée de forces axiale et transversale

En supposant que les extrémités du ressort ne quittent pas leur assise, les équations suivantes s'appliquent :

Raideur transversale du ressort : $R_Q = \dfrac{F_Q}{s_Q} = \eta\, R$

Flèche transversale du ressort : $s_Q = \dfrac{F_Q}{R_Q} = \dfrac{F_Q}{\eta R}$

Rapport des raideurs du ressort :

$$\eta = \frac{R_Q}{R} = \xi\left[\xi - 1 + \frac{\frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{2}+\frac{G}{E}}\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{G}{E}\right)\left(\frac{G}{E}+\frac{1-\xi}{\xi}\right)}\tan\left\{\lambda\,\xi\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{G}{E}\right)\left(\frac{G}{E}+\frac{1-\xi}{\xi}\right)}\right\}\right]^{-1}$$

où le degré d'élancement est égal à $\lambda = \dfrac{L_0}{D}$

et la flèche relative du ressort est égale à $\xi = \dfrac{s}{L_0}$

La raideur transversale R_Q pour une longueur L donnée est constante uniquement pour des petites courses transversales. Elle varie avec l'assise des extrémités et leur comportement lors d'oscillations. Dans le cas où la stabilité transversale est un facteur important, il convient de vérifier les valeurs calculées par des essais pratiques.

La contrainte de cisaillement maximale (y compris les contraintes résultant des forces axiale et transversale) est donnée par la formule suivante :

$$\tau_{\max} = \frac{8}{\pi d^3}\left[F\left(D + s_Q\right) + F_Q\left(L - d\right)\right]$$

La contrainte de cisaillement corrigée maximale est : $\tau_{k\max} = k\,\tau_{\max}$

La condition nécessaire pour que les extrémités du ressort de compression reposent sur leurs supports est :

$$F_Q\frac{L}{2} \leq F\frac{D - s_Q}{2}$$

2.3.2.6 / Flambage

Certains ressorts ont une tendance au flambage ; la longueur critique correspondante est appelée longueur de flambage, L_K, et la flèche du ressort jusqu'au point de flambage est appelée flèche du ressort correspondant à la force de flambage, s_K.
L'influence de l'assise du ressort est prise en compte par le coefficient d'assise ν ; celui-ci est indiqué pour les cas les plus importants à la figure n°14.

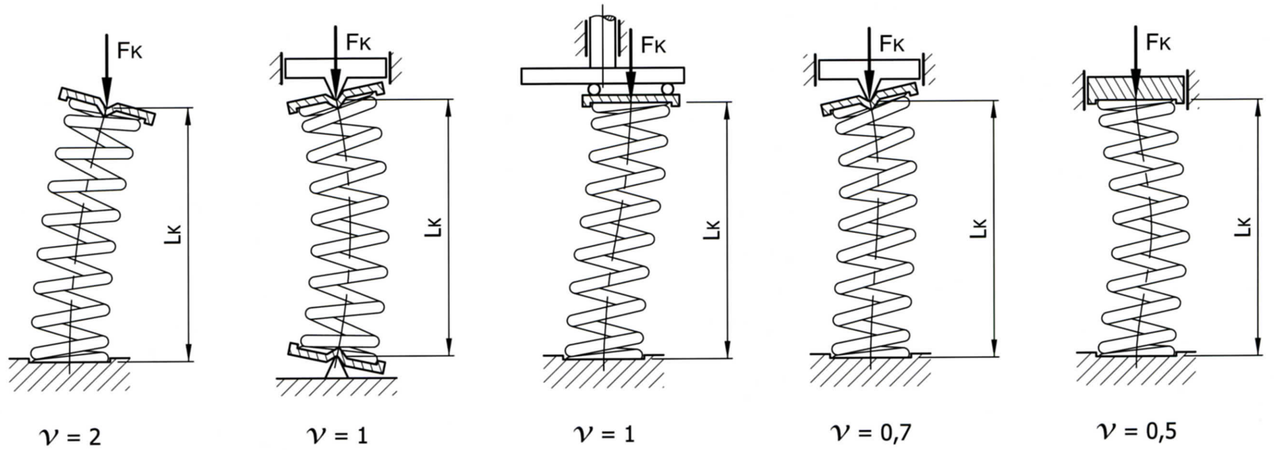


Figure 14 - Coefficient d'assise en fonction des liaisons aux extrémités

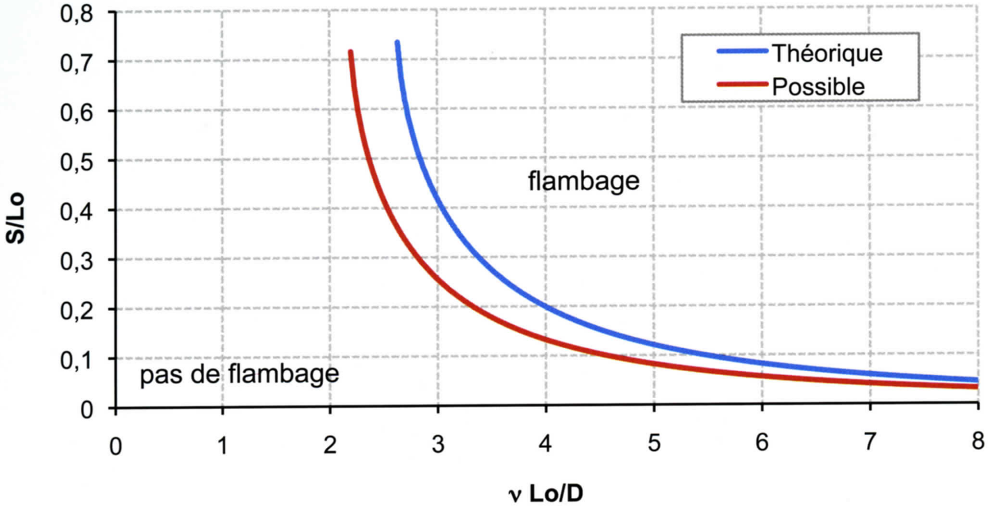
La flèche théorique du ressort correspondant à la force de flambage est déterminée par l'équation suivante :

$$s_K = L_0\frac{0{,}5}{1-\frac{G}{E}}\left[1-\sqrt{1-\frac{1-\frac{G}{E}}{0{,}5+\frac{G}{E}}\left(\frac{\pi D}{\nu L_0}\right)^2}\right]$$

La sécurité contre le flambage est atteinte théoriquement pour une valeur imaginaire de la racine carrée et pour :

$$\frac{s_K}{s} > 1$$

La sécurité théorique contre le flambage peut aussi être évaluée d'après le graphique 7. Sur le côté droit de la courbe bleue, le ressort est instable ; sur la gauche de la courbe rouge, le ressort est stable et peut présenter un flambage très modéré. Dans la zone entre les deux courbes, le flambage est possible mais pas certain.



Graphique 7 - Limite de flambage pour les ressorts de compression

Cas particuliers

Élasticité transversale

Si on considère un ressort hélicoïdal de compression avec ses bases dans des guides parallèles soumis à une charge axiale, et s'il est en outre chargé perpendiculairement à son axe, il se produit une élasticité transversale dont on peut calculer le déplacement et les contraintes correspondantes.

La déformation se traduit pas un déplacement s_Q et une force F_Q.

Les calculs suivants ne sont valables que si les bases du ressort ne se décollent pas de leurs appuis.

Raideur transversale $R_Q = \dfrac{F_Q}{s_Q}$

Course transversale $s_Q = \dfrac{F_Q}{R_Q} = \dfrac{F_Q}{\eta . R}$

Rapport des constantes du ressort :

$$\eta = \frac{R_Q}{R} =$$

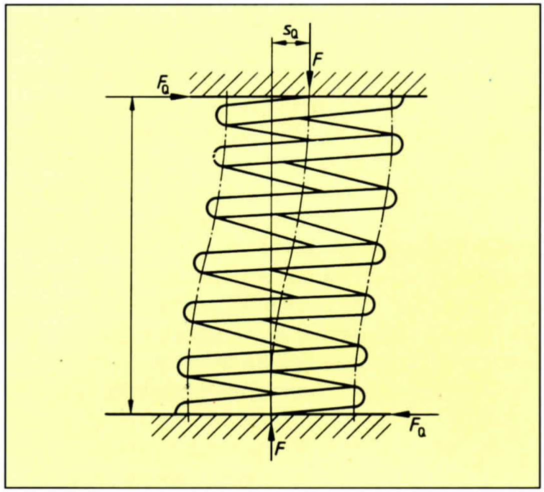
$$\zeta \left[\zeta - 1 + \frac{\frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{2}+\frac{G}{E}} \sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{G}{E}\right)\left(\frac{G}{E}+\frac{1-\zeta}{\zeta}\right)} \right.$$

$$\left. .\tan \left\{ \lambda\zeta \sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{G}{E}\right)\left(\frac{G}{E}+\frac{1-\zeta}{\zeta}\right)} \right\} \right]^{-1}$$

avec

Élancement $\lambda = \dfrac{L_0}{D}$

Course de référence $\zeta = \dfrac{s}{L_0}$



Élasticité transversale.

La raideur R_Q ne peut être considérée comme constante que si la course s_Q reste faible ; sinon, on note une variation non négligeable, fonction de la nature des appuis et des extrémités du ressort.

Pour les applications dans lesquelles la fonction de l'élasticité transversale est importante, les calculs théoriques doivent être vérifiés par des essais sur prototype.

La contrainte globale qui résulte des efforts axiaux et transversaux se calcule par la formule suivante ; bien entendu, cette valeur trouvée ne peut dépasser la valeur de la contrainte τ_{zul}.

$$\tau_{max} = \frac{8}{\pi . d^3}\left[F(D+s_Q) + F_Q(L-d) \right]$$

En travail dynamique, on applique le coefficient multiplicateur k à la contrainte globale calculée.

$$\tau_{k\ max} = k . \tau_{max}$$

PAGE 35

Colonne de gauche, **lire :**

$$\zeta\left[\zeta-1+\frac{\frac{1}{\lambda}}{\frac{1}{2}+\frac{G}{E}}\sqrt{\left(\frac{1}{2}+\frac{G}{E}\right)\left(\frac{G}{E}+\frac{1-\zeta}{\zeta}\right)}\right.$$

Pour éviter le décollement des extrémités du ressort, on doit respecter les conditions suivantes :

$$F_o\frac{L}{2} \leqslant F\frac{D-s_o}{2}$$

Sollicitations par choc

Les ressorts, comme nous l'avons énoncé, peuvent aussi être sollicités de manière à réduire les effets de l'impact d'un mobile. La décélération sera alors proportionnelle à la force du ressort et à sa déflexion dans le cas d'un ressort de flexibilité constante.

Considérons quatre cas pour lesquels le ressort peut être utilisé comme amortisseur de chocs (ces résultats ne sont valables que si la masse du ressort est négligée) :

☐ Amortissement d'une masse en mouvement

On peut calculer le travail nécessaire :

$$W = \frac{1}{2}F.s = \frac{1}{2}M.v^2$$

☐ Amortissement d'une masse tombant d'une hauteur h

La vitesse au choc est donnée par la formule :

$$v^2 = 2gh \qquad g = 9{,}81\,m/s^2$$

Si s_M est la flèche du ressort sous le poids de la masse M au repos, on a s_{max} durant le choc selon la formule :

$$s_{max} = s_M + \sqrt{s_M(s_M + 2h)}$$

Phénomènes vibratoires

Une préoccupation supplémentaire pour le ressort dynamique.

☐ Cas des ressorts de vibreurs

Calcul des raideurs R_1 et R_2 de deux ressorts de manière à ce que les déplacements d'une masse M engendrent la résonance à la fréquence de fonctionnement f_M.

$$\text{On a : } R_1 + R_2 = M.\Omega^2 \qquad \text{avec } \Omega = 2.\pi.f_M$$

☐ Oscillations

Tout ressort travaillant dynamiquement dans un mécanisme est soumis à des oscillations ; il est important de vérifier que ces oscillations n'entrent pas en résonance avec les fréquences propres du ressort et ses harmoniques. Autrement dit, il faut vérifier que la fréquence des oscillations du mécanisme s'éloigne le plus possible de la fréquence propre du ressort et de ses multiples (nombres entiers).

☐ Fréquences propres

On peut calculer, en fonction de ses dimensions, la fréquence propre du premier ordre d'un ressort de compression dont les deux extrémités sont parfaitement guidées, l'une d'entre elles faisant l'objet d'une excitation périodique, par la formule suivante :

$$f_e = \frac{3560.d}{n.D^2}.\sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

où ρ est la masse volumique du ressort.

Pour trouver les harmoniques, il suffit de multiplier f_e par les nombres entiers (1, 2, 3, 4,...).